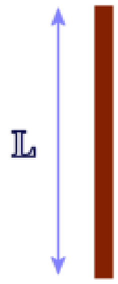
ÁRBOL FRACTAL. PROGRAMACIÓN EN PHP PDF

PROCESO DE CONSTRUCCIÓN

ITERACIÓN 0

Comenzaremos por trazar un segmento vertical de longitud $L_0 = L$ y grosor $G_0 = G$, ambos elegidos convenientemente.

Obviamente, el número de ramas es $n_0 = 1$



Este segmento vendrá determinado por dos puntos del plano:

- punto de la base (x_0, y_0)

- punto extremo superior $(x_0, y_0 + L)$

Estos datos los colo0caremos en 4 tablas de dimensión 1:

X_0 e Y_0, contendrán las coordenadas de los orígenes de las ramas $\begin{cases} X_0 = x_0 \\ Y_0 = y_0 \end{cases}$

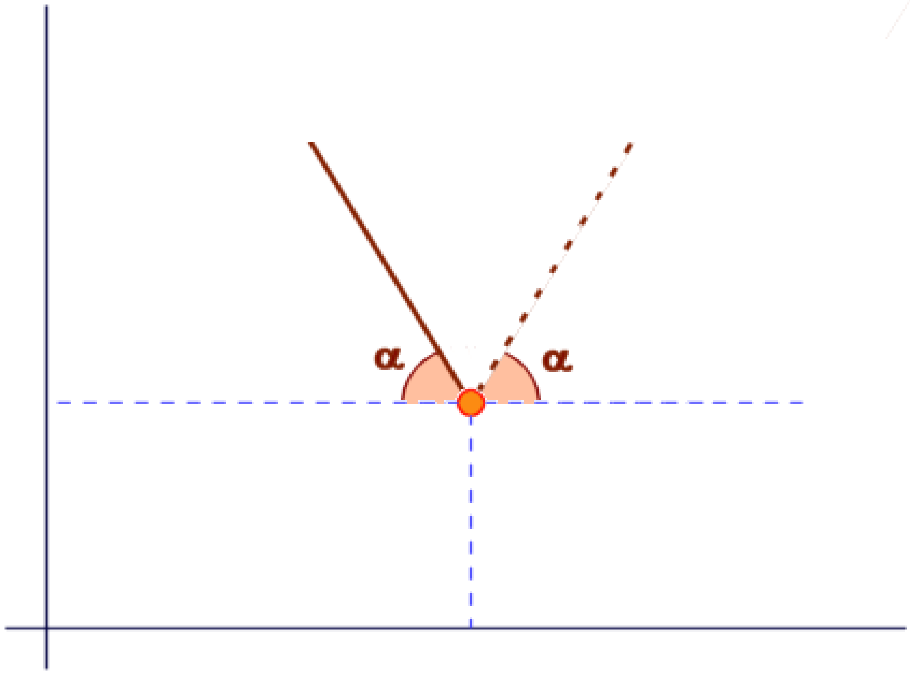
X_1 e Y_1, contendrán las coordenadas de los extremos de las ramas $\begin{cases} X_1 = x_0 \\ Y_1 = y_0 + L \end{cases}$

ITERACIÓN 1

Para comenzar la 1ª iteración (derivar ramas desde el tronco principal), debemos tener en cuenta que el origen de todos los segmentos que deriven del tronco tendrán su origen en el punto extremo del segmento trazado en la iteración anterior. Además, debemos fijar un ángulo de inclinación fijo α (con respecto a la perpendicular de la rama) y el número de ramas que derivan de la rama anterior, n.

llamaremos $\alpha_1 = \alpha$

Si pretendemos que el árbol quede simétrico con respecto a un eje vertical que pasa por su tronco, deberemos repartir las n ramas en el ángulo que nos resta tras la inclinación inicial fijada, es decir, los ángulos de separación entre ramas será:



$$\rho = \frac{180 - 2\alpha}{n - 1}$$

Así, los ángulos serán, para cada rama: $\alpha, \alpha + \rho, \alpha + 2\rho, \ldots, \alpha + (n - 1)\rho$.

Además, la longitud de las ramas será la mitad de la anterior iteración:

Las matrices que recogerán los orígenes y los extremos, como en el caso anterior serán:

X_0 e Y_0, con las coordenadas de los orígenes de las ramas $\begin{cases} X_0 = x_0 \\ Y_0 = y_0 + L_0 \end{cases}$ que obviamente coinciden con el extremo de la rama de la que derivan, en este caso del tronco principal.

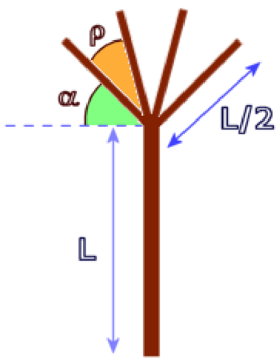
X_1 e Y_1, con las coordenadas de los extremos de las ramas. Supongamos para un determinado ángulo

$\beta_i = \alpha_1 + i \cdot \rho$, con $i = 0,1, \ldots, (n - 1)$

Extremo girado un ángulo $\beta_i \begin{cases} X_1 = X_0 + L_1 \cdot \cos(\beta) \\ Y_1 = Y_0 + L_1 \cdot \operatorname{sen}(\beta) \end{cases}$

El número de ramas será: $n_1 = n \cdot n_0 = n \cdot 1 = n$

El grosor de las ramas lo reducimos a la mitad: $G_1 = \dfrac{G}{2}$



ITERACIÓN 2

Tanto la longitud como el grosor los volvemos a dividir por 2:

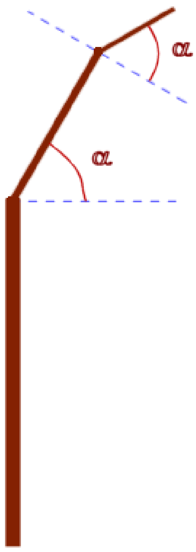
$$L_2 = \frac{L_1}{2} = \frac{L}{2^2}$$

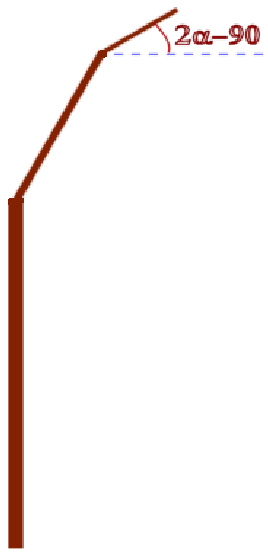
$$G_2 = \frac{G_1}{2} = \frac{G}{2^2}$$

El número de ramas es $n_2 = n \cdot n_1 = n^2$

El ángulo inicial va a depender de la inclinación de la rama anterior:

$\alpha_2 = 2\alpha_1 - 90 = 2\alpha - 90.$





los ángulos serán $\alpha_2, \alpha_2 + \rho, \alpha_2 + 2\rho, \ldots, \alpha_2 + (n - 1)\rho$

Por lo demás, todo es similar con la salvedad de la rama en la que nos encontremos, pues los extremos estarán modificados.

ITERACIÓN K

Continuando este proceso, se formará un árbol tanto más real cuanto mayor sea la iteración generada.

Partiremos de las matrices de la iteración anterior (k-1):

- Longitud de las ramas: $L_{k-1} = \frac{L}{2^{k-1}}$
- Grosor de las ramas: $G_{k-1} = \frac{G}{2^{k-1}}$
- Número de ramas: $n_{k-1} = n^{k-1}$
- Ángulos iniciales: $\alpha_{k-1} = (k-1)\alpha - 90(k-2)$
- Orígenes de las ramas X'_0 e Y'_0
- Extremos de las ramas X'_1 e Y'_1

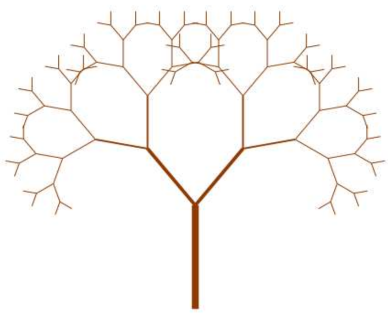
Para construir la iteración actual:

- Longitud de las ramas: $L_k = \frac{L}{2^k}$
- Grosor de las ramas: $G_k = \frac{G}{2^k}$
- Número de ramas: $n_k = n^k$
- Ángulos iniciales: $\alpha_k = k\alpha - 90(k-1)$
- Los orígenes de las ramas coinciden con los extremos de las ramas anteriores

- Los extremos de las ramas serán sus orígenes correspondientes desplazados L_k unidades en vertical, y girados los ángulos correspondientes:

$$\alpha_k, \alpha_k + \rho, \alpha_k + 2\rho, \ldots, \alpha_k + (n-1)\rho$$

El aspecto final tras la 6ª iteración, ángulo inicial de 50º y 2 bifurcaciones por rama es:



TRATAMIENTO DE LOS BLOQUES POR CADA ITERACIÓN

En la iteración 0º:

Colocaremos el punto inicial en eje OX en un punto intermedio del semieje positivo.

Lo llamaremos $(x_0, y_0) = (x_0, 0)$

Fijamos ángulo inicial α, grosor inicial G, longitud del tronco L y número de ramas por bifurcación n

Con esto, $\rho = \dfrac{180 - 2\alpha}{n - 1}$

Seleccionamos las tablas (entre corchetes el orden de la rama):

$$AX_0[0] = x_0$$
$$Ay_0[0] = y_0$$
$$AX_1[0] = x_0$$
$$Ay_1[0] = y_0 + L_0$$

En la iteración 1ª (bifurcamos n ramas):

Todos los orígenes coinciden con los extremos de las ramas anteriores:

$$\begin{cases} AX_0[0] = x_0 \\ Ay_0[0] = y_0 + L_0 \end{cases} \cdots \begin{cases} AX_0[n-1] = x_0 \\ Ay_0[n-1] = y_0 + L_0 \end{cases}$$

Los extremos vendrán con el incremento de la longitud y girados convenientemente:

$$\begin{cases} AX_1[i] = AX_0[i] + L_1 \cdot \cos(\alpha[i] + (i-1)\cdot\rho) \\ Ay_1[i] = AY_0[i] + L_0 + L_1 \cdot \mathrm{sen}(\alpha[i] + (i-1)\cdot\rho) \end{cases} \quad i = 0, 1, \ldots, n-1$$

Bucle:

Para utilizar expresiones similares en modo de bucle, seguiremos necesitamos un primer elemento que lo tendremos localizado en las tablas:

$$BX_0[0] = x_0$$
$$By_0[0] = y_0$$
$$BX_1[0] = x_0$$
$$By_1[0] = y_0 + L_0$$

ITERACIÓN K:

- Longitud de las ramas: $L_k = \dfrac{L}{2^k}$

- Grosor de las ramas: $G_k = \dfrac{G}{2^k}$

- Número de ramas: $n_k = n^k$

- Ángulos iniciales: $\alpha_k = k\alpha - 90(k-1)$

1º. Crear tablas AX_0, AY_0, AX_1, AY_1

2º. Asignar valores a cada tabla: $i = 0,1,...,n_k - 1$

$$\begin{cases} AX_0[i] = BX_0[i] \\ AY_0[i] = BY_0[i] + L_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} AX_1[i] = BX_0[i] + L_K \cdot \cos(\alpha_K + (i-1)\cdot\rho) \\ Ay_1[i] = BY_0[i] + L_K \cdot \mathrm{sen}(\alpha_K + (i-1)\cdot\rho) \end{cases}$$

3º. Borrar tablas anteriores, es decir, BX_0, BY_0, BX_1, BY_1

4º. Crear tablas finales y asignar valores actuales:

$$\begin{cases} BX_0[i] = AX_0[i] \\ BY_0[i] = AY_0[i] \\ BX_1[i] = AX_1[i] \\ BY_1[i] = AY_1[i] \end{cases}$$

5º. Borrar tablas sin utilizar AX_0, AY_0, AX_1, AY_1

Con esto queda completado cada bucle.

Tras el último bucle, dibujaremos el árbol.

EXTREMOS FINALES

El extremo final de cada rama (opcional) en la última iteración será un elemento decorativo que nada tiene que ver con el fractal.

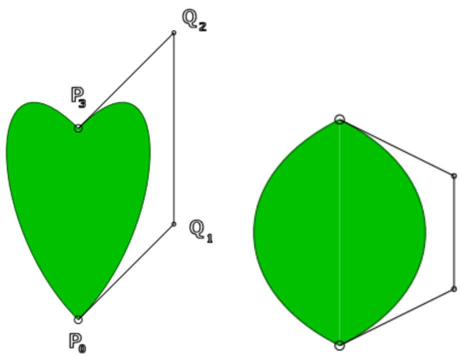
Estos extremos serán un ramillete de hojas cuyo número se obtendrá como aleatorio entre 2 y 5.

La forma de las hojas las construiremos con curvas Bézier del siguiente modo:

- Fijamos dos puntos alineados verticalmente P_0 y P_3

- Establecemos dos puntos de control a la derecha Q_1 y Q_2 de los anteriores que no estén alineados y otros dos a la izquierda también no alineados, R_1 y R_2.

- Trazamos dos curvas, una con P_0, Q_1, Q_2, P_3 y otra con P_0, R_1, R_2, P_3. En el ejemplo aparece una hoja acorazonada, y otra lanceolada:



Estas hojas las giraremos convenientemente.

Según se sitúen los puntos de control Q_1, Q_2 y R_1, R_2 obtendremos distintos tipos de hoja.

En cuanto al color, utilizaremos tres tonalidades de verde.

ÁRBOLES MÁS REALES

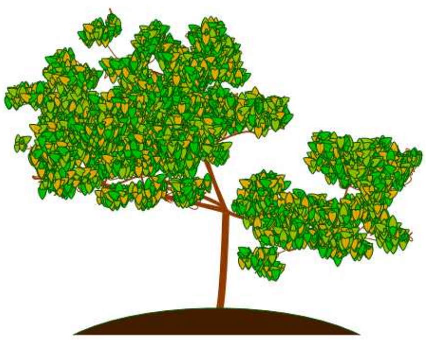
Para darle más realismo al árbol, procederemos del siguiente modo:

- Las ramas no serán rectas, se construirán como curvas Bézier lineales (dos puntos de control), cuadráticas (tres puntos de control)o cúbicas (cuatro puntos de control)

- Los ángulos de inclinación iniciales serán aleatorios, entre dos valores prefijados

- El número de ramas a bifurcar también será aleatorio entre 2 y 5.

El aspecto de un árbol de este tipo es:




CODIFICACIÓN A PDF

No hay problemas importantes a la hora de codificar en PHP-PDF salvo que el sistema de coordenadas tiene el origen en el vértice superior izquierdo de la hoja; el eje X aumenta hacia la derecha, pero el eje Y funciona al revés, aumenta hacia abajo, por lo que los dibujos saldrán invertidos verticalmente salvo que corrijamos esta diferencia.

Combinando diversos árboles y tonalidades de profundidad se puede crear un bosque: