CLASIFICACIÓN MOSAICOS. MORFOLOGÍA

CLASIFICACIÓN MORFOLÓGICA

Según concurran en un vértice varios polígonos, podremos obtener distintas configuraciones. Cada configuración se nombrará con los lados que tengan cada polígono, procurando siempre que sea posible, ordenarlos en orden ascendente, en sentido horario y separados por comas.
Así, 3,3,4,3,4 indica que siguiendo el movimiento de las agujas de un reloj, encontraremos dos triángulos equiláteros, un cuadrado, otro triángulo equilátero y por último un cuadrado, para cerrar el vértice sin dejar huecos.

CLASIFICACIÓN:

REGULARES (los polígonos que confluyen en cada vértice son todos iguales)
SEMIRREGULARES(los polígonos que confluyen en cada vértice no son todos iguales)
- SEMIRREGULARES UNIFORME U HOMOGÉNEO (confluyen siempre los mismos)
- SEMIRREGULARES NO UNIFORMES O NO HOMOGÉNEOS (se necesitan otros polígonos para cerrar los huecos)

Para formar un mosaico con polígonos regulares, debemos adosar distintos polígonos en torno a un vértice de modo que no queden huecos y no se monten las figuras, es decir, *la suma de los ángulos interiores de las distintas figuras que concurren en un vértice ha de ser 360*.

Supongamos que vamos a adosar **k** figuras regulares de **n_1, n_2, …, n_k** lados respectivamente.
La suma de los ángulos interiores es:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_k = 360 \Rightarrow$$

$$(180 - \theta_1) + (180 - \theta_1) + \cdots + (180 - \theta_k) = 360 \Rightarrow$$

$$\left(180 - \frac{360}{n_1}\right) + \left(180 - \frac{360}{n_2}\right) + \cdots + \left(180 - \frac{360}{n_k}\right) = 360 \Rightarrow$$

$$180 \cdot \left[\left(1 - \frac{2}{n_1}\right) + \left(1 - \frac{2}{n_2}\right) + \cdots + \left(1 - \frac{2}{n_k}\right)\right] = 360 \Rightarrow$$

$$\left(1 - \frac{2}{n_1}\right) + \left(1 - \frac{2}{n_2}\right) + \cdots + \left(1 - \frac{2}{n_k}\right) = 2 \Rightarrow$$

$$\left(1 + 1 + \overset{k}{\cdots} + 1\right) - \left(\frac{2}{n_1} + \frac{2}{n_2} + \cdots + \frac{2}{n_k}\right) = 2 \Rightarrow$$

$$k - 2 \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \cdots + \frac{1}{n_k}\right) = 2 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \cdots + \frac{1}{n_k}\right) = \frac{k-2}{2}$$

¿Cuáles son los valores extremos de k? es decir, ¿Cuál es el mínimo y el máximo de polígonos que podemos adosar en torno a un vértice?
- Si el mínimo fuesen dos, uno de ellos debería tener un ángulo interior menor de 180º para poder formar un polígono regular, en cuyo caso el otro debería tener un ángulo interior mayor

que 180º, que es imposible, por lo que el número mínimo de polígonos regulares que podemos adosar es de 3.
- El polígono regular con el ángulo interior más pequeño de todos es el triángulo, cuyo ángulo interior es de 60º, y obviamente podremos adosar hasta 6 triángulos.

Así pues, los valores extremos de k son 3 y 6.

Los 21 tipos

De la expresión $\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\cdots+\frac{1}{n_k}\right)=\frac{k-2}{2}$, iremos valorando los distintos resultados que se presentan, teniendo en cuenta que $\mathbf{n_1, n_2, \ldots, n_k}$ son números naturales:

$k = 3$

$$\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}\right)=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{n_2\cdot n_3}{n_1\cdot n_2\cdot n_3}+\frac{n_1\cdot n_3}{n_1\cdot n_2\cdot n_3}+\frac{n_1\cdot n_2}{n_1\cdot n_2\cdot n_3}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\frac{n_2\cdot n_3+n_1\cdot n_3+n_1\cdot n_2}{n_1\cdot n_2\cdot n_3}=\frac{1}{2}$$

$$2\cdot\left(n_2\cdot n_3+n_1\cdot n_3+n_1\cdot n_2\right)=n_1\cdot n_2\cdot n_3$$

$$2\cdot n_2\cdot n_3+2\cdot n_1\cdot n_3+2\cdot n_1\cdot n_2-n_1\cdot n_2\cdot n_3=0$$

$$n_3\cdot\left(2\cdot n_2+2\cdot n_1-n_1\cdot n_2\right)=-2\cdot n_1\cdot n_2$$

$$n_3=\frac{2\cdot n_1\cdot n_2}{n_1\cdot n_2-2\cdot\left(n_1+n_2\right)}$$

Nº	n_1	n_2	n_3
1	3	7	42
2	3	9	18
3	3	8	24
4	3	10	15
5	3	12	12
6	4	6	12
7	4	8	8
8	5	5	10
9	6	6	6
10	4	5	20

$k = 4$

$$\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3}+\frac{1}{n_4}\right)=\frac{4-2}{2}=1$$

$$\left(\frac{n_2\cdot n_3\cdot n_4}{n_1\cdot n_2\cdot n_3\cdot n_4}+\frac{n_1\cdot n_3\cdot n_4}{n_1\cdot n_2\cdot n_3\cdot n_4}+\frac{n_1\cdot n_2\cdot n_4}{n_1\cdot n_2\cdot n_3\cdot n_4}+\frac{n_1\cdot n_2\cdot n_3}{n_1\cdot n_2\cdot n_3\cdot n_4}\right)=1$$

$$\left(\frac{n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 + n_1 \cdot n_3 \cdot n_4 + n_1 \cdot n_2 \cdot n_4 + n_1 \cdot n_2 \cdot n_3}{n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4}\right) = 1$$

$$n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 + n_1 \cdot n_3 \cdot n_4 + n_1 \cdot n_2 \cdot n_4 + n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4$$

$$n_4 \cdot (n_1 \cdot n_2 + n_1 \cdot n_3 + n_2 \cdot n_3 - n_1 \cdot n_2 \cdot n_3) = -n_1 \cdot n_2 \cdot n_3$$

$$n_4 = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot n_3}{n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 - (n_1 \cdot n_2 + n_1 \cdot n_3 + n_2 \cdot n_3)}$$

Nº	n_1	n_2	n_3	n_4
11	3	3	6	6
12	3	6	3	6
13	3	4	4	6
14	3	4	6	4
15	3	3	4	12
16	3	4	3	12
17	4	4	4	4

$k = 5$

$$\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5}\right) = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}$$

Nº	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
18	3	3	3	3	6
19	3	3	4	3	4
20	3	3	3	4	4

$k = 6$

$$\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} + \frac{1}{n_5} + \frac{1}{n_6}\right) = \frac{6-2}{2} = 2$$

Nº	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
21	3	3	3	3	3	3

nº	TIPO	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	SUMA INV	(k-2)/2
1	**R**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**2**	**2**
2	**U**	**3**	**3**	**3**	**3**	**6**		**1.5**	**1.5**
3	**U**	**3**	**3**	**3**	**4**	**4**		**1.5**	**1.5**
4	**U**	**3**	**3**	**4**	**3**	**4**		**1.5**	**1.5**
5	**N**	**3**	**3**	**4**	**12**			**1**	**1**
6	**N**	**3**	**4**	**3**	**12**			**1**	**1**
7	**U**	**3**	**6**	**3**	**6**			1	1

8	U	3	3	6	6			1	1
9	U	3	4	6	4			1	1
10	U	3	6	4	4			1	1
11	R	4	4	4	4			1	1
12	N	3	7	42				1	0.5
13	N	3	8	24				0.5	0.5
14	N	3	9	18				0.5	0.5
15	N	3	10	15				0.5	0.5
16	U	3	12	12				0.5	0.5
17	N	4	5	20				0.5	0.5
18	U	4	6	12				0.5	0.5
19	U	4	8	8				0.5	0.5
20	N	5	5	10				0.5	0.5
21	R	6	6	6				0.5	0.5

regulares	R		uniformes	U		No uniformes	N